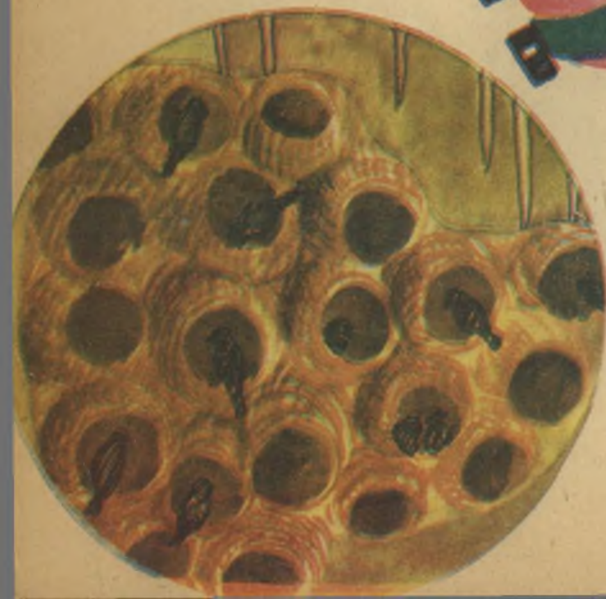
mała delta

NR 2 1982

MIESIĘCZNIK MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZY DLA DZIECI

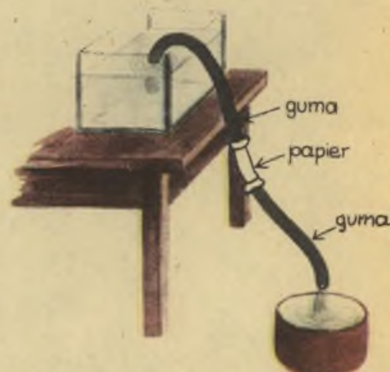
W tym numerze





Wszystko płynie

Jak najwygodniej wylać wodę z akwarium do wiadra? Bierzemy długą rurkę gumową i topimy ją w akwarium tak, żeby cała wypełniła się wodą. Zatykamy jeden koniec rurki palcem i przenosimy ten koniec do wiadra postawionego niżej od poziomu wody w akwarium. Puszczamy palec i... cała woda wylewa się do wiadra.



Powtórzmy operację wylewania wody przy różnych położeniach rurki i wiadra. Przekonamy się, że woda wypływa tym szybciej, im większa jest różnica poziomów — wody w akwarium i wylotu rurki. Przez rurkę, której koniec znajduje się na wysokości poziomu wody, nic nie wypływa. Natomiast kształt rurki i jej ułożenie, a nawet wysokość, na jakiej leżą różne jej fragmenty, nie ma żadnego wpływu na szybkość opróżniania akwarium. O tym decyduje wyłącznie wspomniana różnica poziomów i rodzaj rurki.

Woda w rurce zachowuje się dość dziwacznie. Na przykład w niektórych odcinkach rurki płynie do góry, byle tylko na końcu spływała w dół.

Zamknięta w rurce woda tworzy coś w rodzaju łańcuszka, ponieważ, jak widzieliśmy, bardzo niechętnie rwie się na kawałki. Jeżeli tak, to w każdym miejscu rurki musi przepływać tyle samo wody na sekundę. Dla rurki o zmiennym przekroju znaczy to, że przez odcinki węższe woda płynie szybciej niż w miejscach szerokich. Tylko wtedy ilość wody przepływająca w ciągu sekundy jest dla całej rurki taka sama. Ilość tę nazywa się natężeniem strumienia wodnego. Przekonaliśmy się, że natężenie jest tym większe, im większa różnica początkowego i końcowego poziomu wody. Możemy to zaobserwować przelewając wodę między dwoma słojami połączonymi rurką gumową.



Otrzymamy wtedy coś w rodzaju zegara wodnego, znanego już kilka tysięcy lat temu i odmierzającego czas bardzo dokładnie. Musimy oczywiście pamiętać o podnoszeniu na przemian słojów tak, by rurka stale była wypełniona wodą.

Od czego jeszcze zależy natężenie strumienia wody? Oczywiście od długości rurki. Przez dłuższą bowiem trudniej przepchać wodę. I od szerokości — przez szerszą płynie więcej wody. Jeżeli więc rurka ma stały przekrój wzdłuż całej długości, to natężenie strumienia wody jest tym większe, im ten przekrój jest większy i tym mniejsze, im większa jej długość. Przenieśmy się teraz do zupełnie innej dziedziny zjawisk. Konsekwentnie będziemy jednak mówić ciągle o płynięciu. Tym razem płynąć będzie prąd elektryczny. Nie bez powodu bowiem mówimy, że prąd ten płynie. Przepływ prądu ma rzeczywiście podobne własności do przepływu wody w rurce. Znów wygodną i charakterystyczną dlań wielkością jest jego natężenie. Natężenie prądu to ilość ładunku elektrycznego przepływającego przez dowolne miejsce drutu w ciągu sekundy. Takiego samego ładunku, jakim ładuje się kawałek bursztynu przy pocieraniu. Korzystając z analogii pomiędzy przepływem wody i przepływem prądu elektrycznego możemy odgadnąć różne jego własności. Natężenie prądu w regularnym drucie jest tym większe, im szerszy jest drut oraz tym mniejsze, im drut jest dłuższy.



Jeżeli drut rozgałęzia się (z rurkami trudno to zrobić), to suma natężeń w rozgałęzieniach równa się natężeniu prądu w drucie doprowadzającym.
Szybciej płynąca woda może oczywiście wykonać dla nas większą pracę. Może na przykład poruszać turbinę wodną. I tu decyduje natężenie strumienia wody. Podobnie, natężenie prądu decyduje o jego własnościach użytkowych. Większe natężenie to, jak mówimy, większa energia elektryczna prądu.
Analogii tych nie należy jednak ciągnąć zbyt daleko. I tak na przykład drut z prądem okazuje się być magnesem. Łatwo to sprawdzić łącząc bieguny bateryjki kawałkiem drutu miedzianego i przystawiając do drutu kompas. Tej własności prądu elektrycznego nie możemy już związać z żadną własnością strumienia wodnego.
A co dla prądu jest samą rurką? Różne druty. Mówiąc ściślej, różne przewodniki elektryczne (na przykład miedź). Inne ciała nieprzepuszczalne dla prądu elektrycznego (takie zatkane rurki) nazywa się izolatorami.
A co z różnicą poziomów, która decydowała o przepływie wody przez rurkę? Tu sprawa jest trudniejsza.
Odpowiednią wielkością jest teraz różnica potencjałów, czyli napięcie na końcach drutu. Znów analogia jest kompletna. Napięcie jest oczywiście cechą charakterystyczną dla źródła prądu np. baterii. Im większe napięcie baterii, tym większe natężenie prądu w drucie łączącym jej bieguny. A prąd zmienny, którego źródłem są wszystkie kontakty w naszych domach, to nic innego jak nasza klepsydra wodna z podnoszonymi na zmianę naczyńkami.
Każdy zapewne wie, że płynie również ciepło. Mało tego — prawa tego przepływu są znów bardzo podobne, a rolę różnicy wysokości odgrywa różnica temperatur. Okazuje się jednak, że nie ma żadnego płynu odpowiadającego przepływowi ciepła. A przecież prawa są podobne. Co więc tu płynie?
Otóż przepływ ciepła to nic innego jak przekazywanie samej energii ruchu cząsteczek (z których zbudowane są wszystkie ciała) bez przepływu samych cząsteczek. Ale to już inna historia.

Michał ŚWIĘCKI

Dlaczego przyłączona do kontaktu żaróweczka od latarki przepala się, podczas gdy zwykła żarówka — nie? Posłużmy się naszą analogią: zbyt silny strumień wody rozrywa papierową rurkę — zbyt duży prąd elektryczny przepala małą żaróweczkę, a żarówka zwykła ma po prostu mocniejszy drucik. Połączenie obu żarówek razem (wydłużenie odcinka gumy) zmniejszy natężenie prądu, ale zbyt mało — znów mniejsza żarówka przepali się. Dlaczego jednak dołączenie do małej żaróweczki kawałka drutu wystarcza do tego, żeby żadna z połączonych żarówek nie przepaliła się? O dziwo, nie przepali się nawet wtedy, gdy po zapaleniu żarówek przerwiemy ten dodatkowy drut (ostrożnie z prądem).
Wróćmy do analogii z przepływem wody. Przez rurkę papierową (żaróweczkę) płynie teraz znacznie mniejszy strumień wody, który nie jest już w stanie przerwać papieru. Jednak zatkanie szerokiej rurki (przerwanie drutu) prowadzi do natychmiastowego rozerwania papieru. Dlaczego z żarówkami jest inaczej? Otóż metal, z którego zrobiony jest drucik żarówki (wolfram), ma bardzo specjalne własności. Jest to jakby rurka o niesłychanie wiotkich, choć modnych ściankach. Bardzo silny strumień wody w pierwszej chwili przepływa przez nią bez przeszkód, ale za chwilę rurka zaczyna podskakiwać i szarpać się, co natychmiast odbija się na przepływie wody. Natężenie strumienia wody gwałtownie maleje. Zupełnie tak, jakbyśmy rurkę ścisnęli w wielu miejscach. Teraz można już zatkać niepotrzebną rurkę zabezpieczającą.
Uwaga! Oczywiście drucik żarówki nie drga. Wspomniane zwężenia pojawiające się na rurce odpowiadają po prostu gwałtownemu wzrostowi oporu, jaki stawia drucik przepływowi prądu.
Wzrost oporu jest tu znów wywołany samym przepływem silnego prądu i rozżarzeniem drucika.

Zagadki biologiczne

Odpowiedzi

1. Ponieważ mają się czym żywić. Odżywiają się owadami, które znajdują pod korą drzew (dzięcioły, sikorki) oraz nasionami, owocami lub pąkami liściowymi niektórych roślin (głuszce, cietrzewie, bażanty).
2. Niedźwiedź polarny, nazywany również białym niedźwiedziem.
3. Są to niesporczaki (drobne bezkręgowce żyjące w wodach i na wilgotnych mchach).





Ku pokrzepieniu olimpijskich serc

Niejeden z Czytelników „Małej Delty" po przeczytaniu artykułu w poprzednim numerze o olimpiadach matematycznych pomyślał, że zadania tam postawione są zbyt trudne i z pewnością nigdy nie pojedzie na żadną Międzynarodową Olimpiadę Matematyczną. Zapewne wielu dodało, że trzeba mieć nieomylną intuicję i specjalne zamiłowania. Jeżeli przyjąć, że wszyscy, którzy mają zamiłowanie do prawdy, mają również zamiłowanie do matematyki, to pozostaje problem nieomylnej intuicji. Niestety tu trzeba systematycznie trenować — najlepiej na zadaniach (byle nie za nudnych — zabijają one chęci rozwijania intuicji). Jeżeli po zrobieniu dużej ilości ćwiczeń stwierdzicie, że nadal Wasza intuicja jest zawodna, to nie załamujcie się. Nie ma na świecie matematyka, który nie splamiłby się fałszywą hipotezą. Dlatego też prace dopuszczane do druku przechodzą przez sito recenzentów. Czasami zdarza się, że hipotezy postawione w pracach są zbyt trudne do udowodnienia dla wszystkich matematyków na świecie. Przykładem jest tu tzw. Wielkie Twierdzenie Fermata. Każdy z Was je zrozumie. A jeśli komuś uda się je udowodnić, to natychmiast zostanie najbardziej znanym matematykiem na całym świecie — nie mówiąc o wielu specjalnych nagrodach i otwartych murach wielu uczelni wyższych. Otóż genialny Piotr Fermat był prawnikiem, ale z amatorstwa zajmował się matematyką. Samodzielnie studiował, między innymi dzieła Diofantosa, jednego z twórców starożytnej teorii liczb i miał zwyczaj wypisywania uwag na marginesach czytanej książki. Ustalił w ten sposób wiele interesujących twierdzeń, nie troszcząc się o podanie dowodów. Obok wspomnianego twierdzenia: „Nie istnieją takie trzy liczby naturalne: x, y, z (większe od zera), że dla pewnej liczby naturalnej $n>2$ spełnione jest równanie:

$$x^n+y^n=z^n\text{''}$$

zanotował taką uwagę: „znalazłem zdumiewający dowód tego twierdzenia, ale margines jest za mały, żeby go pomieścić". Od XVII wieku do dziś szukają poprawnego dowodu tej hipotezy najwybitniejsze umysły świata. Z nieudanych prób dowodów powstało wiele ważnych gałęzi matematyki współczesnej. Wybitni matematycy uważają, że „dowód" Fermata musiał zawierać jakąś lukę. Podzielają oni przekonanie, że jeśli nawet wymienione równanie nie posiada rozwiązań w dziedzinie liczb naturalnych, to nie można tego udowodnić metodami matematyki elementarnej, znanej w czasach Fermata. Dodajmy, że nie byłaby to jedyna pomyłka wielkiego Fermata. W 1641 r. bowiem wypowiedział on trzy twierdzenia:

a) żadna liczba pierwsza postaci $12k+1$ nie jest dzielnikiem żadnej z liczb postaci 3^n+1,
b) żadna liczba pierwsza postaci $10k+1$ nie jest dzielnikiem żadnej z liczb postaci 5^n+1,
c) żadna liczba pierwsza postaci $10k-1$ nie jest dzielnikiem żadnej z liczb postaci 5^n+1.

Dopiero w 1959 roku udowodniono, że żadne z tych trzech twierdzeń nie jest prawdziwe. Pierwsze dlatego, że na

Pewien uczony przeznaczył 100 000 marek w złocie temu, kto udowodni Wielkie Twierdzenie Fermata. Pieniądze złożono w banku, i ponieważ nikt po nie się nie zgłaszał, dopisywano do nich odsetki. Powstałą w ten sposób nadwyżkę wydatkowano na coroczne spotkania uczonych. Z wykładów i dyskusji prowadzonych w czasie tych spotkań zrodziło się wiele nowych idei, m.in. mechanika kwantowa — podstawowa teoria fizyczna opisująca zjawiska w mikroświecie. Tak więc Wielkie Twierdzenie Fermata przyczyniło się do rozwoju nie tylko matematyki, ale i innych nauk.

Mówimy, że liczba naturalna p jest liczbą pierwszą, o ile nie istnieje taka liczba naturalna $k>1$, że p jest liczbą podzielną przez k i $k\neq p$

Silnie

1!	1
2!	2
3!	6
4!	24
5!	120
6!	720
7!	5040
8!	40320
9!	362880
10!	3628800
11!	39916800
12!	479001600
13!	6227020800
14!	87178291200
15!	1307674368000
16!	20922789888000
17!	355687428096000
18!	6402373705728000
19!	121645100408832000
20!	2432902008176640000
...	
35!	10333147966386144929-666651337523200000000

105! = 1
081
39675
8240290
900504101
30580032964
9720646107774
902579144176636
57322653190990515
3326984536526808240
339776398934872029657
99387290781343681609728
0000000000000000000000000

Niektóre potęgi 2

2^1	2
2^2	4
2^3	8
2^4	16
2^5	32
2^6	64
2^7	128
2^8	256
2^9	512
2^{10}	1024
2^{11}	2048
2^{12}	4096
2^{13}	8192
2^{14}	16384
2^{15}	32768
2^{16}	65536
2^{17}	131072
2^{18}	262144
2^{19}	524288
2^{20}	1048576
2^{21}	2097152

przykład $244=3^5+1$ jest podzielne przez 61, drugie dlatego, że $3126=5^5+1$ dzieli się przez 521, a trzecie dlatego, że $78126=5^7+1$ dzieli się przez 29 (sprawdźcie!).
Byłoby niesprawiedliwością wobec genialnego matematyka nie podkreślić faktu, że jest on autorem wielu bardzo ważnych i ciekawych twierdzeń matematycznych. Dla przykładu przytoczmy następujące twierdzenie:
Każda liczba pierwsza postaci: $4k+1$ (5, 13, 17, ...) rozkłada się na sumę kwadratów dwóch liczb naturalnych.
Można pokazać, że rozkład ten jest jednoznaczny z dokładnością do porządku składników występujących w sumie.

Andrzej JANKOWSKI, Michał SZUREK



Czy używając cyfr 1,9,8,2 można napisać wengi–wengi?

Czy pamiętacie, jak liczył Kali, przyjaciel Stasia i Nel? Jeden, dwa, trzy, wengi-wengi. Wszystko powyżej trzech było już wengi-wengi, czyli mnóstwo. Przykładowo, jeżeli bawołów było 15 albo 47, to Kalemu było wszystko jedno, tak jak nam dziś jest „wszystko jedno", czy jakaś tam gwiazda jest odległa o miliony czy miliardy lat świetlnych.
Właśnie! Skąd dla nas, Europejczyków, zaczyna się wengi-wengi? Milion — 1 000 000? Można wygrać w totka i ledwo starczy na kupno mieszkania. Miliard — 1 000 000 000? Świat wydaje na zbrojenia miliardy dolarów dziennie. Od początku naszej ery upłynął ledwie miliard minut.
Jeśli nawet trudno wyobrazić sobie, co naprawdę przedstawia jakaś ogromna liczba, to pisać coraz większe liczby łatwo — wystarczy jedynka i zera. Liczby będą coraz dłuższe. Ale od czego potęgowanie? Zamiast 1 000 000 000 000 000 000 (trylion) piszemy 10^{18}.
Rok 1982 już trwa, oto zabawa. Jaką największą liczbę możemy zapisać za pomocą cyfr 1, 9, 8, 2 użytych w tej samej kolejności? Kto ma kalkulator proszę, niech przyniesie. Kto nie ma, będzie musiał trochę porachować na liczbach dwu- i trzycyfrowych. Przydałyby się tablice. Ale jak nie ma, to nie szkodzi. Przydadzą się za to ściągawki, które znajdziecie w „Małej Delcie".
No, to proszę. Która z liczb $1+9+8+2$, $1\times9\times8\times2$, 19×82, $1\times9\times8+2$, 198×2, 1982 jest największa? To łatwo rozstrzygniecie sami. Postarajcie się jednak zrobić to bez rachunków. Na przykład tak:
$19\times82<20\times82<20\times90=1800<1982$.
Większe liczby wymagają użycia wykładników. I tu gorzej.

Oto kilka liczb: 1^{982}, 198^2, $(19)^{82}$, $(19^8)^2$, 19^{82}, $(1+9)^{8\times2}$, $(1+9)^{82}$.

Reguły potęgowania

$a^{b+c}=a^b\times a^c$
$a^{b-c}=a^b:a^c$
$(a^b)^c=a^{bc}$
$(ab)^c=a^c b^c$
Jeżeli $a>1$ i $b<c$, to $a^b<a^c$.
Jeżeli $a>1$ i $b>1$ i $c>1$ i $a<b$ to $a^c<b^c$.

Niektóre potęgi 3

3^1	3
3^2	9
3^3	27
3^4	81
3^5	243
3^6	729
3^7	2187
3^8	6561
3^9	19683
3^{10}	59049
3^{11}	177147
3^{12}	531441
3^{13}	1594323
3^{14}	4782969
3^{15}	14348907
3^{16}	43046721
3^{17}	129140163
3^{18}	387420489
3^{19}	1162261467
3^{20}	3486784401
3^{21}	10460353203

Każdy z łatwością pozna, która z nich jest najmniejsza. A która jest największa? Czy 198^2 jest większe, czy mniejsze niż $(19^8)^2$? Posiadacze kalkulatorków, którzy to sobie przeliczyli, niech się nie cieszą. Za chwilę kalkulatorki niewiele im pomogą. A oto, proszę, bez skomplikowanych rachunków:
$198^2<200^2=(2\times 100)^2=4\times 10^4<10\times 10^4=10^5<10^8<19^8<(19)^{8^2}$.
A czy $(19^8)^2$ jest mniejsze od $(19)^{8^2}$, To proste — w razie czego zajrzyjcie do ściągawki: $(19)^{8^2}$ to 19^{64}. Widzimy, że z napisanych przed chwilą liczb największa to 19^{82}. Jak wielka to liczba? Zostawimy Ci to, Czytelniku, do rozstrzygnięcia. Za chwilę będziemy badać liczby znacznie większe. Pomoże nam w tym wykrzyknik, czyli silnia.
Liczba *n!* (czytaj *n* silnia) to iloczyn wszystkich liczb naturalnych od 1 do *n*. Tak więc 1! to 1; 2! to 1×2, czyli 2; 3!=1×2×3 i tak dalej. Silnie liczb od 1 do 20 widzicie na ściągawce.
I teraz zadanie. Która z liczb:
$1!+9!+8!+2!$, $1!\times 9!\times 8!\times 2!$, $19!\times 82!$, $(19^8)!\times 2!$,
$198!\times 2!$, $198!^2$, $19!^{82!}$, $1982!$
jest największa? Czy potraficie uzasadnić np. że $1\times 9!\times 8!\times 2!<19!\times 82!$. To proste. Tylko bez rachunków, poproszę. Tylko oszacowania. Przykładowo jak się ma $198!^2$ wobec 1982!?
Można rozumować tak:
$198!^2=(1\times 2\times 3\ ...\ \times 198)\times\ (1\times 2\times 3\ ...\ \times 198)$,
$1982!=(1\times 2\times 3\ ...\ \times 198)\times\ (199\times 200\times 201\times\ ...\ \times 1982)$
i jasne, że 1982! jest dużo, dużo razy większa niż $198!^2$.
No to, która z napisanych wyżej liczb jest największa?

Michał SZUREK

Rozwiązanie zadań

Fizyka.

Zadanie 1

Siła nośna jest tym większa, im większa jest prędkość samolotu względem otaczającego go powietrza. W czasie startu z wiatrem prędkość samolotu względem powietrza jest równa jego prędkości względem Ziemi, zmniejszonej o prędkość wiatru, natomiast pod wiatr jest zwiększona o prędkość wiatru. Wygodniej samolotem startuje się pod wiatr.

Zadanie 2

Nie, kula uderzy małpę. Ruch pocisku można traktować jako złożenie dwu ruchów: jednego po linii prostej w kierunku pierwotnego położenia małpy i drugiego, który jest spadkiem swobodnym. Ponieważ zarówno pocisk, jak i małpa spadają z tym samym przyspieszeniem (przyspieszeniem ziemskim), więc kula uderzy małpę, zanim ta dosięgnie ziemi.

Zadanie 3

Można to uczynić, ściskając gaz, a zatem zwiększając jego ciężar właściwy. Gdy ciężar właściwy stanie się większy od ciężaru właściwego owego przedmiotu, wówczas przedmiot podniesie się do góry.

Wróble

Rząd — wróblowate — Passeriformes
Rodzina — wikłacze — Ploceidae
Rodzaj — Passer Koch.



Każdy z łatwością poznaje wróbla. Nie każdy natomiast wie, że mamy dwa gatunki wróbli: wróbel domowy i mazurek. Pierwszy z nich żyje wszędzie tam gdzie człowiek, trzyma się domów, stodół, obór, stajni — stąd jego nazwa. Drugi też nie unika człowieka, ale mieszka również w zagajnikach sąsiadujących z polami, w parkach i ogrodach, słowem ma upodobania bardziej wiejskie — w miastach praktycznie nie występuje.
Mazurek różni się zewnętrznie od wróbla domowego tym, że jest mniejszy (długość ciała 14,5 cm, rozpiętość skrzydeł 22,5 cm, ciężar 24 g, podczas gdy wróbel domowy: 16 cm, 25 cm, 30 g), ma brązową czapeczkę i czarną kropkę na policzku.
Wróbel nie ma u nas bliskich krewnych: wikłacze zamieszkują tropiki. Nazwę swą zawdzięczają sposobowi budowy gniazd — ogromnych, nieraz zespołowo budowanych plecionek, zawieszonych na drzewach. Wróbel wyraźnie nie ma architektonicznych ambicji swoich krewniaków — jego gniazda przypominają pęczek siana, ale w odróżnieniu od większości gniazd naszych ptaków mają „dach", otwór zaś jest z boku. Gniazdo wróbla pełni rolę domu. Wróbel często (szczególnie w zimie) śpi w nim. Oprócz wróbli w gniazdach sypiają (poza okresem lęgów) tylko sikorki bogatki.



Wróble przybyły na nasze ziemie najprawdopodobniej ze środkowej Azji razem z naszymi przodkami Słowianami, a więc mniej więcej 2 tys. lat temu.
Są mało odporne na mrozy i chronią się przed nimi nawet w kominach domów. Obecnie zasiedlają prawie całą Europę (bez Laponii, Finlandii i północnych ziem ZSRR), północny skraj Turcji i Afganistanu, środkową i południową Syberię, Chiny, Indochiny, Indonezję i Japonię.
Wróbel jest ptakiem o usposobieniu ukształtowanym przez współżycie z ludźmi. Bardzo ostrożny, szybko się jednak uczy i przyzwyczaja do nowych sytuacji (spotkano gniazdo w rękawie stracha na wróble). W stosunku do innych ptaków agresywny i wojowniczy — zagarnia cudze gniazda, kradnie „materiały budowlane", przepędza obcych z karmników itd. Jest bardzo wrażliwy psychicznie — nie wytrzymuje niewoli i kończy życie po dniu, dwóch „ze zmartwienia". Jeśli więc znajdziecie zimą okaleczonego wróbla, koniecznie włóżcie go do klatki z innymi ptakami, najlepiej z papużkami falistymi — ich natarczywość nie pozwoli mu się martwić i jest szansa na pomyślną rekonwalescencję. Wróbel je praktycznie wszystko.
W lutym wróble rozpoczynają zaloty i budowę gniazda. Gniazda budują zawsze przynajmniej trzy metry nad ziemią w otworach, w murze, na belkach, w rynnach, rzadziej na drzewach. Mimo tak wczesnego przystąpienia do budowy, dopiero w kwietniu jest ona ukończona i wtedy w odstępie jednego dnia pojawiają się tam jajeczka, białe w gęste szare plamki. Gdy pojawi się takie prawie bez plamek, znaczy to, że to już komplet (przeważnie 5).
Po dwóch tygodniach wylęgają się małe, którymi opiekują się oboje rodzice przez miesiąc. Wróbel jednego lata wyprowadza na ogół 3 lęgi.



Czy można nie wierzyć w ewolucję

I

Pewna zwariowana, wielka fabryka samochodów produkuje je w ogromnym nadmiarze, przewyższając wielokrotnie zapotrzebowanie rynku. W dodatku wypuszcza „jak leci" obok pojazdów sprawnych egzemplarze wybrakowane. Fabryka ta nie specjalizuje się w określonej marce samochodu, lecz wyrabia najrozmaitsze modele i ich różne wersje.

II

Dalej jednak kończą się żarty — rynek oczywiście nie przyjmuje wszystkiego. Ogromna część produkcji idzie po prostu na złom, część zalega w magazynach, a tylko pozostałe znajdują nabywców i wyjeżdżają na drogi. W trakcie eksploatacji jedne wozy sprawdzają się i jeżdżą znakomicie, inne zaś z powodu np. ukrytych wad konstrukcyjnych rozlatują się lub ulegają łatwiej wypadkom. Zawsze jednak jest z czego wybierać i zawsze nabywca znajdzie nadmiar modeli proponowanych mu przez producenta. Ale czy będzie kupował przypadkowo? Nie! O tym co będzie wybrane, a co odrzucone, zadecydują warunki panujące na rynku (ceny paliw, moda itp.) — jako prawo doboru zadziała tu więc prawo popytu.

III

Pomiędzy poszczególnymi modelami panuje ostra konkurencja — mniej przydatne wypierane są przez bardziej przydatne (choć poszczególne samochody nie „gryzą się" przecież dosłownie między sobą).











I

W przyrodzie rodzi się o wiele więcej niż może przeżyć. (Np. wymoczki podwajają swą liczebność co 24 godziny. Obliczcie zatem, ile mogłoby ich powstać z jednego osobnika po miesiącu.)
Istnieje zmienność (różnorodność) — tzn. osobniki rodzą się niejednakowe, nawet potomstwo tych samych rodziców różni się przecież między sobą.

II

Nie ma więc takiego organizmu, który nie mógłby zapełnić wkrótce całej Ziemi.
W rzeczywistości wcale tak się nie dzieje — panuje bowiem w przyrodzie ogromna śmiertelność. Przeżywa niewielka tylko część osobników, ogromna zaś reszta ginie — ale nie jest to dziełem przypadku! O tym bowiem, kto przeżyje, a kto zginie, decydują warunki środowiska — jest to **dobór naturalny.** Giną gorzej przystosowani, zostają — przystosowani najlepiej (do danych oczywiście, konkretnych warunków).

III

Pomiędzy osobnikami panuje więc konkurencja (**walka o byt,** której wcale nie należy rozumieć dosłownie jako pojedynku „na kły i pazury"). Jest to ciągłe współzawodnictwo o przeżycie, gdzie wygrywać

Rolę selekcjonera spełnia tu oczywiście rynek — tzn. możliwości i gusty nabywców w danych konkretnych warunkach.



trzeba bezustannie, a przegrywa się tylko raz (... i ginie). Ale to żadna tragedia dla gatunku, bo ogromna rozrodczość zapewnia wciąż nadmiar osobników; śmierć jednostek to tylko cena, jaką się płaci za doskonalenie się całego gatunku.

Uwaga: jest to oczywiście wszystko prawdą w sensie statystycznym — tzn. dla dużej liczby pojazdów czy osobników (gdy gatunek = wystarczająco wielka społeczność); może się naturalnie zdarzyć, że pojedynczy znakomity nawet egzemplarz ulegnie jakiemuś przypadkowi losowemu i „wypadnie z obiegu", uchowa się zaś bardzo kiepski.

IV

Modele chętniej kupowane, są wprowadzane w większej ilości do produkcji.



IV

Osobniki przeżywające przekazują swoje cechy potomstwu.

V

Sytuacja na rynku zmienia się (np. rośnie gwałtownie cena benzyny). Zmienione warunki powodują popyt na inne modele, dotychczas niechętnie kupowane (np. luksusowe „krążowniki szos" znikają, ustępując miejsca niewielkim pojazdom małolitrażowym).



V

Zmiany w środowisku to nowe warunki i nowe sprawdziany decydujące o tym, czy ktoś jest dobrze, czy też źle przystosowany.

WNIOSEK

Sytuacja na rynku (zmieniająca się) decyduje o tym, co aktualnie jeździ po drogach — „populacja" samochodów w obiegu ulega zmianie.

WNIOSEK

Gatunek wciąż przystosowuje się do zmieniającego się środowiska — a zatem zmienia się sam.

Jest to Teoria Ewolucji ogłoszona w 1859 roku przez Karola Darwina w książce pt. „O powstawaniu gatunków drogą doboru naturalnego, czyli o utrzymaniu się doskonalszego w walce o byt".

Krzysztof PLASOTA

O uogólnianiu – na przykładzie szczegółowym

Mówimy, że dwie figury są podobne do siebie, o ile jedna z nich powstaje z drugiej przez powiększenie.



Już pitagorejczycy wiedzieli, że *pola figur podobnych mają się do siebie jak kwadrat stosunku podobieństwa*, a *objętości — jak sześcian tego stosunku.*

PRZYKŁAD: Jeżeli przetniemy kartkę zeszytową na pół („poziomo"), to otrzymamy podobny do wyjściowego prostokąt. Czy umiałbyś, Czytelniku, uzasadnić, że dłuższy bok kartki jest wobec tego $\sqrt{2}$ razy dłuższy od krótszego? Spróbuj (ile razy większe jest pole prostokąta większego?).

Z podanej w pierwszym zdaniu zależności można łatwo (ale jak?) wywnioskować, że długość okręgu — D jest proporcjonalna do jego promienia r, pole koła — P do kwadratu promienia — r^2, a odbjętość kuli — V do sześcianu promienia — r^3.

Mamy więc:

$D_{\text{okręgu}}=k_1 \cdot r$, $P_{\text{koła}}=k_2 \cdot r^2$, $V_{\text{kuli}}=k_3 \cdot r^3$.

Starożytni nazywali współczynnik k_2 grecką (bo to byli Grecy) literą π. I zaczęli badania nad tym, czemu się też mogą równać współczynniki k_1 i k_3. Bo zdawało się im, że jakoś od π muszą zależeć. Szybko (na początku IV w. p.n.e.) stwierdzili, że

$k_1=2 \cdot k_2=2 \cdot \pi$,

(a czy Ty, Czytelniku umiesz to stwierdzić?). Daleko trudniej było ustalić wartość k_3.

Jeszcze Euklides, autor największego dzieła naukowego wszechczasów — „Elementów", nie umiał owego k_3 obliczyć. W połowie III w. p.n.e., gdzieś między I a II wojną punicką, w Syrakuzach na Sycylii zostało znalezione rozwiązanie tego problemu. Rozwiązał go mianowicie Archimedes i zapisał to w pracy „O kuli i walcu". A oto rozwiązanie:

Weźmy kulę i walec o tej samej średnicy co kula i wysokości też równej średnicy kuli. Wytnijmy z walca dwa stożki jak na rysunku i porównajmy obie bryły.

SPOSTRZEŻENIE PIERWSZE: Przecięcie obu brył płaszczyzną prostopadłą do wysokości walca daje przekroje (zakreskowane) o równych polach. Istotnie — przyjmując oznaczenia z rysunku mamy dla przekroju kuli pole:

$$\pi r^2=\pi(R^2-x^2),$$

a dla przekroju wyciętego walca (różnica pól kół):

$$\pi R^2-\pi x^2,$$

czyli tyle samo.

SPOSTRZEŻENIE DRUGIE: Skoro tak, to objętość obu brył musi być taka sama, bo „na każdym poziomie tyle samo jej przybywa".

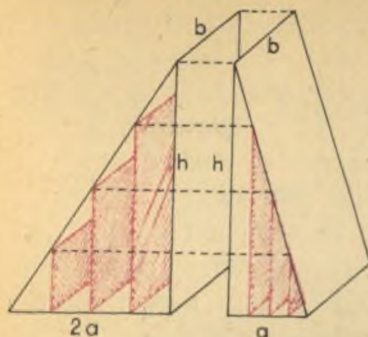
WNIOSEK: Objętość stożka wynosi.

$$\frac{1}{3}\pi R^2 \cdot R=\frac{1}{3}\pi R^3,$$

a więc objętość wyciętego walca i tym samym kuli:

$$2\pi R^3-2\frac{1}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi R^3.$$

Zatem: $k_3=\frac{4}{3}\pi$.



Każdy widzi, że w spostrzeżeniu drugim używano niezbyt precyzyjnie uzasadnionego słowa „przekrój". Próbowano znaleźć ogólną regułę dla uzasadnienia takich spostrzeżeń. I długo nie umiano tego zrobić, aż uczeń Galileusza Cavalieri zaproponował: REGUŁA (fałszywa): Jeżeli dwie bryły mają odpowiednio równe przekroje, to mają te same objętości.
Że jest ona fałszywa, wykazał natychmiast inny uczeń Galileusza Torricelli (ten od barometru).
Jego złośliwy przykład jest pokazany na rysunku. Okazało się, że uogólnienie Cavalieriego było zbyt śmiałe. W rozumowaniu Archimedesa istotna była nie tylko równość przekrojów, ale i to, że leżały na jednej płaszczyźnie. W ostatecznym rachunku powstała już prawdziwa
REGUŁA CAVALIERIEGO: Jeżeli dwie bryły mają równe przekroje płaszczyznami równoległymi, to mają te same objętości.
Z tej reguły po pół wieku Newton i Leibniz wyprowadzili rachunek całkowy. Ale to już inna historia.
Tu warto tylko uświadomić sobie, że przy uogólnianiu i w ogóle przy myśleniu należy się starannie uczyć odróżniać istotne od nieistotnego.

Zadania

Fizyka

1. Jak wygodniej jest startować samolotem: z wiatrem czy pod wiatr?
2. Myśliwy celuje prosto w małpę wiszącą na gałęzi. W momencie gdy pociąga za spust, małpa puszcza gałąź i zaczyna spadać na ziemię. Czy to ją uratuje?
3. Na dnie naczynia wypełnionego gazem leży pewien przedmiot, którego ciężar właściwy jest trochę większy od ciężaru właściwego gazu. W jaki sposób można zmusić ten przedmiot do podniesienia się do góry?

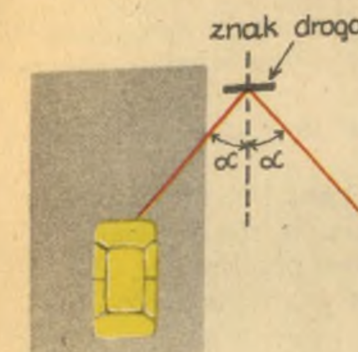
Matematyka

1. Na mistrzostwa okręgu w warcabach przybyło 197 zawodników. Mistrzostwa odbywają się systemem pucharowym (w przypadku partii nie rozstrzygniętej o zwycięstwie decyduje losowanie). Ile trzeba wykonać gier, aby wyłonić mistrza okręgu?
2. Niech n będzie dowolną liczbą dwucyfrową postaci xy (tzn. gdy $x=2$ i $y=9$, to $n=29$). Udowodnić, że każda sześciocyfrowa liczba $xyxyxy$ jest podzielna przez 7.
3. W którym miejscu od ściany należy odbić niepodkręconą piłkę, aby trafiła do kolegi stojącego w pokoju.
4. Udowodnić, że jeżeli $(a+b+c)=0$, to $2(a^4+b^4+c^4)=(a^2+b^2+c^2)^2$.

Zagadki biologiczne

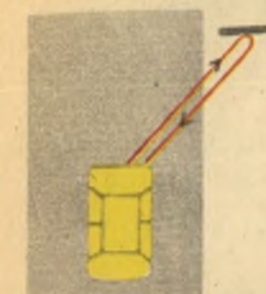
1. Dlaczego sikorki, dzięcioły, głuszce, cietrzewie i bażanty nie odlatują na zimę?
2. Jaki ssak drapieżny żyje tylko w Arktyce?
3. Czy istnieją zwierzęta, które po wysuszeniu, oziębieniu ciekłym helem (do —272°C) lub ogrzaniu do +100°C mogą wrócić znów do normalnego życia?

Odblaski

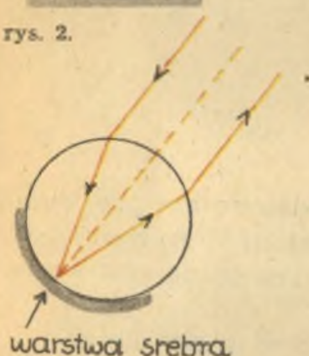


rys. 1.

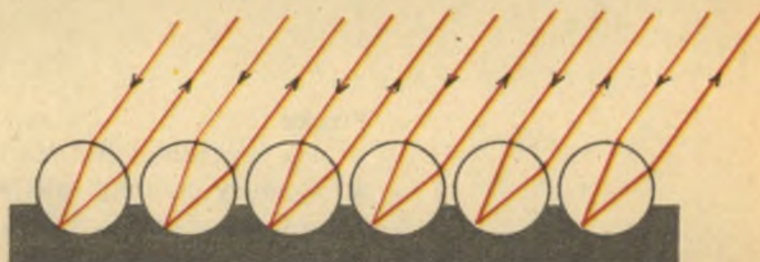
Jadąc samochodem w nocy, być może zauważyliście, że znaki drogowe „trafione" światłem reflektorów są doskonale widoczne. Gdyby znak drogowy był powierzchnią lustrzaną, należałoby się spodziewać zwykłego zjawiska odbicia (rys. 1). Kierowca nie dostrzegłby znaku, gdyż promień odbity zamiast wrócić w kierunku samochodu, pomknąłby w pobliskie drzewa.
Tak jednak nie jest. Kierowcy wydaje się, że znak drogowy świeci. Promień światła wysłany z reflektora po odbiciu biegnie z powrotem w kierunku samochodu (rys. 2). Zatem powierzchnie takie, jak „świecące" znaki drogowe, zachowują się dość zagadkowo i są w przyrodzie raczej niespotykane. Wyobraźmy sobie kulkę szklaną, pokrytą z jednej strony lustrzaną powierzchnią, na przykład warstewką metalicznego srebra (rys. 3), tak jak to się robi w lustrach. Przechodząc z powietrza do szkła światło załamuje się, a następnie odbija się od warstewki srebra wewnątrz kulki. Powtórne załamanie przy przejściu ze szkła do powietrza ukierunkowuje promień i wychodzi on równolegle do padającego. Ten właśnie efekt wykorzystuje się przy wykonywaniu znaków drogowych.


rys. 2.

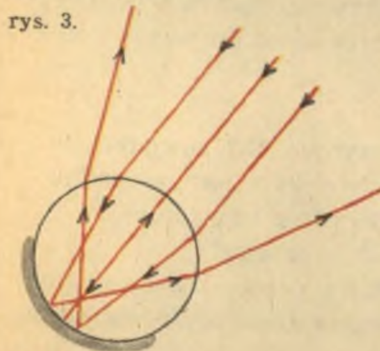
Powierzchnia znaku drogowego wykonana jest z bardzo wielu małych kulek szklanych, naniesionych na srebrzystą powierzchnię odbijającą. Na to nanosi się potem przezroczyste farby z wizerunkiem odpowiedniego znaku (rys. 4).



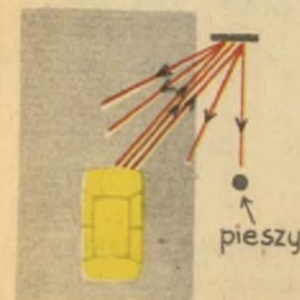
rys. 3.


rys. 4.

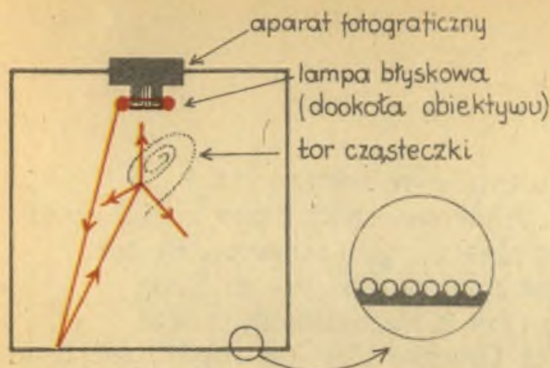
Szklane kuleczki używane do produkcji znaków, spotykanych na naszych drogach, różnią się od tej z rysunku 3. Gatunki szkła, znane dzisiaj, mają zbyt mały współczynnik załamania, aby zapewnić równoległość wiązki odbitej i padającej (rys. 5).
Nie jest to wielką przeszkodą. I tak w kierunku oka kierowcy biegnie wystarczająco duża ilość światła, aby uczynić znak doskonale widocznym. Ta niedoskonałość kuleczek powoduje, że znak jest bardzo dobrze widoczny zarówno przez kierowcę, jak i pieszego idącego poboczem (rys. 6). Identyczne zjawisko — odwracania kierunku wiązki światła i zabarwienia jej przez użycie przezroczystych farb wykorzystuje się niekiedy w reklamie. Tak wykonana reklama zachowuje się w nocy jak znak drogowy, w dzień zaś przyciąga wzrok jaskrawością wizerunku.


rys. 5.

Jednym z najnowszych zastosowań takich warstw jest użycie ich w tzw. komorach pęcherzykowych. Komora pęcherzykowa stanowi jedno z podstawowych narzędzi współczesnej fizyki i służy do obserwacji torów naładowanych cząstek elementarnych. Jest ona pojemnikiem wypełnionym specjalną cieczą, utrzymywaną przez krótki okres powyżej temperatury wrzenia. (rys. 7). Przelatująca cząstka zostawia za sobą ślad (w postaci drobniutkich pęcherzyków pary), który natychmiast trzeba sfotografować.



rys. 6.



Pokrycie komory pęcherzykowej warstwą kulek szklanych stwarza złudzenie świecących ścianek. Na ich tle tor cząstki jest widoczny jako ciemna smuga, pęcherzyki gazu bowiem silnie rozpraszają światło biegnące w kierunku aparatu fotograficznego.

Andrzej STASIEWICZ

rys. 7.

Tajemnica trzech lusterek

Proponujemy Wam następującą zabawę: Przygotujcie sobie trzy prostokątne lusterka *A, B, C* oraz latarkę. Ustawcie te lusterka tak, aby ich powierzchnie były wzajemnie prostopadłe i skierowane wzajemnie do siebie stronami lustrzanymi. Przyjmijmy, że punkt przecięcia się trzech powierzchni lustrzanych nazywa się *O*. Teraz wybierzcie sobie dowolne miejsce w pokoju, z którego widać punkt *O*. Zaświećcie latarką (która jest położona niedaleko Waszych oczu) w kierunku punktu *O*. Zauważycie, że lusterka „świecą" w Waszym kierunku. Doświadczenie będzie tym bardziej efektywne, im ciemniej będzie w pokoju. Sprawdźcie! Dziwicie się, dlaczego tak jest? Przecież to bardzo proste. Wystarczy pokazać, że promień odbity od układu lusterek jest równoległy do promienia padającego. Spójrzmy na rysunek. Wynika z niego, że:

$$\alpha=\alpha',\ \beta=\beta'.$$

A zatem: $\alpha=\delta.$



Andrzej JANKOWSKI

Rozwiązanie zadań

Matematyka

Zadanie 1. Zauważmy, że w każdej rozgrywce eliminowany jest dokładnie jeden zawodnik. A więc w celu wyłonienia mistrza trzeba rozegrać 196 partii.

Zadanie 2. Zauważmy, że: $xyxyxy=\overline{xy}\cdot 10101$ oraz, że 10101 jest podzielne przez 7.

Zadanie 3. Przypomnijmy, że kąt padania piłki na ścianę jest równy kątowi odbicia od niej — podobnie jak dla światła i lustra. Wyobraźmy sobie na chwilę, że zamiast ściany jest lustro. Zobaczymy w nim naszego kolegę. Jeżeli teraz skierujemy piłkę w to miejsce na ścianie, wtedy odbita piłka trafi w kolegę.

Zadanie 4. Mamy tożsamosci:

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$,

$(ab+bc+ca)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2(ab^2c+bc^2a+ca^2b)=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$.

Jeżeli: $a+b+c=0$, to z tych tożsamości mamy:

(*i*) $a^2+b^2+c^2=-2(ab+bc+ca)$

(*ii*) $(ab+bc+ca)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$.

Po podniesieniu obu stron równości (*i*) do kwadratu i po uwzględnieniu (*ii*) mamy:

(*iii*) $(a^2+b^2+c^2)^2=4(ab+bc+ca)^2=4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$.

Na mocy (*iii*) otrzymujemy: $a^4+b^4+c^4+2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)=4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$.

Wynika stąd, że:

(*iv*) $a^4+b^4+c^4=2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$

Z równości (*iii*) oraz (*iv*) w oczywisty sposób wynika teza.

Rozmowy z Grzesiem



Czytaliśmy z Grzesiem bajkę o cynowym żołnierzyku i doszliśmy do wniosku, że pan Andersen choćby pod koniec mógł darować żołnierzowi, nie wspominając już o tancerce. Bo tak jak jest, to wszystko razem jest zbyt smutne. Potem Grześ poszedł zajrzeć do swoich żołnierzy, a ja znalazłem jeszcze jednego czy dwóch pod szafką Grzesia. Też nie robili specjalnie wesołego wrażenia.

Oni są z plastiku, prawda tato? Jak się ich robi?

Mniej więcej tak samo jak cynowych żołnierzy, tyle tylko że plastiku nie można roztopić tak całkiem, zawsze jest trochę bardziej gęsty niż cyna czy ołów i dlatego sam proces odlewania jest trochę trudniejszy.



Grześ zastanawiał się jak to jest z tym plastikiem i dlaczego nie można go tak całkiem roztopić.

Dzieje się tak dlatego, że plastik jest substancją o bardzo skomplikowanej budowie. Takie substancje nie zachowują się typowo i tak np. białko w jajku kurzym nie roztapia się w wysokiej temperaturze, a przeciwnie ścina się. Jajko kurze podobnie jak plastik i w ogóle wszystko co nas otacza, składa się jednak z pierwiastków. Więc aby naprawdę „roztopić" te rzeczy, trzeba je najpierw trochę „popsuć", tzn. rozłożyć na proste związki chemiczne.

A czy któraś z naszych łyżek jest cynowa?

Nie Grzesiu, takich łyżek już się nie robi. Nasze łyżki są ze stali albo z aluminium.

To się nie roztapiają?



Rozpuszczają się, ale w znacznie wyższej temperaturze. Nie moglibyśmy ich roztopić na naszej kuchence ani w naszym tygielku. Mimo to zrobiliśmy żołnierza.
Grześ lubi topić ołów.

Robi się to tak. Ołowiany przedmiot, który chcemy roztopić, wkładamy do tygielka i wszystko razem wstawiamy w ogień. Najzabawniejsze jest to, że przedmiot jest, chociaż nagrzewamy go coraz bardziej i wcale się nie zmienia, a potem nagle wypływa spod niego kałuża jakby rtęci, a z przedmiotu zostaje cieniutka skórka, która unosi się na powierzchni płynu.

Wtedy Grześ woła do mnie — gotowe! I ja zabieram się do dalszych czynności, ponieważ ustalone jest raz na zawsze, że dzieciom poniżej lat trzynastu nie wolno robić żadnych sztuczek z topieniem metalu.

Co innego stearyna. Stearyną też się można poparzyć, ale nie tak bardzo, więc Grzesiowi wolno topić stearynę, tzn. świecę. Można roztopić kolorową świecę lub kredkę świecową nad palnikiem gazowym lub inną palącą się świeczką i ozdobić nią dużą białą świecę. Grześ zrobił taki prezent mamie.



Robił to tak, że nadtapiał koniec kredki świecówki nad świeczką, a potem tą kredką malował na świecy. Oczywiście robił to tylko do momentu, gdy kredka na powrót nie stwardniała.

Czy każdą rzecz można roztopić tak, aby stała się cieczą? — spytał Grześ.

„Rzecz" oczywiście nie każdą, ponieważ większość przedmiotów składa się z różnych substancji, np. okulary ze szkła i plastiku, zegarek ze szkła lub plastiku i metalu (przeważnie zresztą z kilku metali), więc zanim roztopilibyśmy jedną substancję, inna byłaby już dawno w stanie gazowym.

Jak to w stanie gazowym?

Ano zwyczajnie, tak jak woda. Jak jest bardzo zimno, to czym jest woda?

Lodem.

A więc ciałem stałym. A jak jest ciepło?

Wodą.

A więc cieczą. A jak jest bardzo gorąco?



Paruje.

Jest parą wodną, czyli gazem i tak jest ze wszystkimi ciałami. Wszystko zależy od temperatury. Gdybyśmy żyli w temperaturze poniżej zera, woda byłaby zawsze ciałem stałym i moglibyśmy z niej robić przedmioty codziennego użytku.

A na biegunach? Tam jest bardzo zimno.

Toteż Eskimosi budują domy z wody i podobno jest w nich nawet bardzo ciepło.

A gdybyśmy żyli w wyższej temperaturze?
Mielibyśmy więcej gazów, a część ciał stałych zamieniłaby się w ciecze.

To w niższej temperaturze mielibyśmy więcej ciał stałych i więcej cieczy, a mniej gazów? Tak!

A czy mogłoby być tak okropnie zimno, żeby wszystko było ciałem stałym?



Mogłoby być tak zimno.

Albo tak gorąco, żeby wszystko było gazem?

I to jest możliwe.

No, to to jest okropne — powiedział Grześ.

Bożena JAWORSKA-KORDOS

DRODZY CZYTELNICY!

Sylwia KOZŁOWSKA (Al. 3 Maja 78 m. 91, 00-401 Warszawa) w liście przedstawia nam swoje spojrzenie na świat, który jest, jej zdaniem, przede wszystkim skarbcem mnóstwa fascynujących tajemnic. Jednocześnie prosi, abyśmy pomagali Jej w odkrywaniu i tropieniu tych tajemnic. Właśnie nauki, którymi zajmuje się „Mała Delta" będą temu celowi służyć. Pragniemy odkrywać przed Wami bogaty świat przyrody, a w nim wszystko to, co może tylko z pozoru wydaje się skomplikowane, niepojęte czy tajemnicze. Zachęcamy do czytania naszego miesięcznika. Znajdziecie tu wyjaśnienia wielu absorbujących Was problemów i zagadek. I okaże się, że świat choć tajemniczy, jest poznawalny. Trzeba tylko umieć dobrze obserwować i stawiać sobie pytania, a następnie próbować na nie odpowiadać. Postaramy się Wam w tym dopomóc.

Joanna KUREK (ul. Świętokrzyska 6, 27-430 Łagów k. Staszowa, woj. Kielce i *Małgorzata LENARD* (38-250 Siepietnica 4, woj. Krosno) zwracają się z prośbą o wiadomości na temat rybek akwariowych i kanarków.

Oczywiście będziemy pisać i o tym, w późniejszych numerach. Tylko, uwaga! Napiszemy o tych zwierzętach, ale inaczej niż to sobie może wielu z Was wyobraża. Znacznie bardziej — od ich hodowli — interesować nas będą tego typu zagadnienia, jak np. — dlaczego rybka nie tonie albo — jakie znaczenie ma barwne upierzenie kanarka. Czekamy na listy

REDAKCJA

'Mała Delta
miesięcznik matematyczno-przyrodniczy dla dzieci
wydawany przez Filię Uniwersytetu Warszawskiego w Białymstoku
za pośrednictwem Białostockiego Wydawnictwa Prasowego
przy poparciu Polskiego Towarzystwa Astronomicznego, Polskiego Towarzystwa Fizycznego i Polskiego Towarzystwa Matematycznego

Nasz adres: ul. Lipowa 41, 15-424 Białystok

Nr indksu: 36584 B.Z.Graf. zam. 1656/81 r. Nakład 50.000 egz. L-3 Cena 20 zł